

应用复合加权偏微分方程求解的磁共振 水脂分离成像算法

田洪君¹, 陈思平², 汪天富², 刁现芬², 郑崇勋¹

(1. 西安交通大学生物医学信息工程教育部重点实验室, 710049, 西安; 2. 深圳大学信息工程学院, 518060, 广东深圳)

摘要: 提出采用加权多网格方法来求基于相位矩阵的离散偏微分方程的展开解, 由最大相位梯度矩阵和相位导数偏差矩阵生成复合标记矩阵, 利用标记矩阵标记出相位矩阵中的不连续点和残差点, 由此生成加权矩阵来抑制噪声和残差点在偏微分方程求解过程中的误差传播. 通过求偏微分方程的加权最小二乘解, 引导相位展开从相位质量高的点开始, 有效避开低质量区域, 不仅提高了相位展开的可靠性, 而且能够正确地实现噪声条件下的相位展开. 通过仿真数据和临床常见的头部磁共振成像, 以及在 0.3 T 低场永磁型磁共振系统上的实验结果, 证明了该算法的有效性.

关键词: 磁共振成像; 水脂分离; 相位展开

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)11-0085-05

Modified Water Fat Separation Algorithm for Magnetic Resonance Imaging with Composite Weight Strategy

TIAN Hongjun¹, CHEN Siping², WANG Tianfu², DIAO Xianfen², ZHENG Chongxun¹

(1. Key Laboratory of Biomedical Information Engineering of Education Ministry, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. College of Information Engineering, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China)

Abstract: Phase unwrapping methods are discussed for water fat separation in magnetic resonance imaging (MRI). Weighted multi-grid algorithm is applied to solve the discrete partial differential equation of phase array. A new weight method is proposed, which is composed from maximum gradient array and phase differential coefficient array. The residues and discontinuous points are labeled by this composed weight array, where the error propagation the process of can be restrained by residues and noises during solving the discrete partial differential equation. By means of the weighted least squares solutions for partial differential equations, the phase unwrapping starts from the high-quality regions and avoids the low-quality regions effectively to improve the reliability. The simulation data and experiments for brain scan on 0.3 T low field MRI system show the validity.

Keywords: magnetic resonance imaging; water fat separation; phase unwrapping

在磁共振成像中, 图像的二维相位信息具有丰富的意义. 卷绕相位的二维展开处理(2D Phase Unwrapping) 是磁共振成像技术中的重要技术热点之一, 它在磁共振的图像伪影去除、主磁场映射、均匀度的评价、相位对比法血流测速和功能成像等领域

应用, 同时二维相位展开在光学干涉测量及干涉合成孔径雷达(InSAR)技术中发挥了重要的作用. 近年来, 相关技术得到了迅速发展, 已有几十种方法被报导, 可以归为: 以 Goldstain 和 Venem^[1-2] 为代表的路径跟踪法; 以 Ghiglia^[3] 为代表的 L^p 最小范数

的相位展开方法,这一类方法的主要思想是寻求缠绕相位与展开相位局部微分尽可能的一致. Pritt^[4]提出了加权最小二乘法,利用相位质量图通过坏点或残差点标记等方法形成加权矩阵,可以有效地屏蔽残差点和噪声对相位展开过程造成的干扰. 文献[5]中定义的最大相位梯度矩阵法是一种保守的估计方法,容易屏蔽掉一些高质量的相位点. 文献[6]提出了一种基于相位导数方差的质量图和残差点相结合的方法,这是一种复合加权方法. 本文参考文献[6]的方法,采用最大相位梯度矩阵和相位导数方差矩阵,共同生成复合相位质量信息,用加权多网格方法求离散偏微分方程的最小二乘解,得到了较为满意的结果.

1 物理原理

在磁共振成像中,人体组织内的水和脂肪中的氢原子的共振频率存在微小差异,称为化学位移效应. 利用这一原理,采集磁共振信号时通过调节不同的回波时间,从理论上可以精确地获得水和脂肪 2 个磁化矢量的任意夹角. Dixon^[7]最早提出利用化学位移效应在常规自旋回波扫描的基础上,分别采集水和脂肪夹角为 0 的图像,以及夹角为 π 的图像,再从两幅图像中经过计算得到水和脂肪图像的技术,称为 DIXON 两点法. 该方法假设每一个体素只有水和脂肪成分,因而获得的每个像素点由水的宏观磁化矢量 $\mathbf{V}_w$ 和脂肪的宏观磁化矢量 $\mathbf{V}_f$ 合成. 在 180° 的激发脉冲结束后,旋转坐标系下观察水和脂肪的弛豫过程,可以看到 $\mathbf{V}_w$ 和 $\mathbf{V}_f$ 以相对角速度 $\Delta\omega$ 旋转,因此水和脂肪的宏观磁化矢量的夹角 $\alpha = \Delta\omega t_e$,其中 t_e 为回波时间. 若考虑实际应用中相位误差的存在,图像每个像素的合成矢量为^[8]

$$\mathbf{I} = (\mathbf{V}_w + e^{-j\Delta\omega t_e} \mathbf{V}_f) e^{j\theta} \quad (1)$$

调整 t_e , 当 $\alpha = 2k\pi$, $\mathbf{V}_w$ 和 $\mathbf{V}_f$ 同相位时,采集的矢量图像有 $\mathbf{I}_0$; 当 $\alpha = (2k+1)\pi$, $\mathbf{V}_w$ 和 $\mathbf{V}_f$ 反相位时,采集的矢量图像为 $\mathbf{I}_1$, 并满足^[8]

$$\mathbf{I}_0 = (\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_f) e^{j\theta} \quad (2)$$

$$\mathbf{I}_1 = (\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_f) e^{j\theta} e^{j\phi} \quad (3)$$

如果相位矩阵 ϕ 可以确定,则通过下式求出水和脂肪^[8]

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{V}_w &= 1/2 e^{-j\theta} (\mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_1 e^{-j\phi}) \\ \mathbf{V}_f &= 1/2 e^{-j\theta} (\mathbf{I}_0 - \mathbf{I}_1 e^{-j\phi}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由式(2)、式(3)可得^[8]

$$2\phi = z^* (\mathbf{I}_1 \arg z (\mathbf{I}_0))^2 \quad (5)$$

由于求得的角度被限制在 $(-\pi, \pi]$ 的主值区间内,

如果定义 φ 为卷绕相位,则

$$\phi = 2k\pi + \varphi \quad \varphi \in (-\pi, \pi] \quad (6)$$

若要求真实相位恰好落在主值区间内而不发生卷绕,则要求^[8]

$$|\gamma \int_{\Delta_1}^{\Delta_2} \Delta B_0(t) dt| < \pi/2 \quad (7)$$

式中: γ 表示旋磁比; B_0 表示主磁场. 由式(7)可得到,只有主磁场在整个视野范围内的不均匀度足够小,以至于在采集 $\mathbf{I}_0$ 、 $\mathbf{I}_1$ 回波的时间差内造成的误差相位累积小于 $\pi/2$ 时,真实相位才不会发生卷绕. 在实际的工程应用中,由于受到磁材料或匀场技术条件的限制,均匀度很难满足这一条件,而且当人体进入主磁场后,所造成的附加场会加剧这种不均匀性的效果. 因此,现实中无法满足式(7)所限定的条件,将导致式(5)中的 ϕ 发生相位卷绕. 相位展开算法的核心问题是如何从式(6)中的观察值 φ 估计出 ϕ . 在一维情况下,相位展开可以通过相邻两点间求差分来跟踪跳变点,累计跳变点的个数 k 即可求出 ϕ . 在二维条件下,由于欠采样或噪声的干扰使得二维真实相位不连续,相位误差被积累,甚至可能发生相位嵌套或跳变. 因此,沿着不同路径可能得到不同的展开结果,这使得一维相位展开的方法不再适用,必须经过二维相位展开算法来恢复出真实相位.

2 算法原理

L^2 最小范数算法的基本思想是,求局部微分尽可能与观察值的微分一致,即解偏微分方程,使得 φ 的偏导数与 ϕ 的偏导数的差的平方和最小. 设二维相位 $\phi_{i,j} = \varphi_{i,j} + 2k_{i,j}\pi$, 其中 $k_{i,j}$ 为整数, $-\pi < \varphi_{i,j} < \pi$. ϕ 的离散偏导数可以定义为

$$\Delta_{i,j}^x = \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}; \quad \Delta_{i,j}^y = \phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} \quad (8)$$

卷绕相位的离散偏导数可以定义为

$$\nabla_{i,j}^x = \varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}; \quad \nabla_{i,j}^y = \varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j} \quad (9)$$

目标函数^[3]

$$L^2 = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} |\Delta_{i,j}^x - \nabla_{i,j}^x|^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} |\Delta_{i,j}^y - \nabla_{i,j}^y|^2 \quad (10)$$

因为范数最小等价于范数的平方最小,所以这种二维相位展开的方法可以归结为求解下面的泊松方程^[4]

$$\nabla^2 = (\varphi_{i+1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i-1,j}) + (\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-1}) \quad (11)$$

$$\nabla^2 = (\Delta_{i,j}^x - \Delta_{i-1,j}^x) + (\Delta_{i,j}^y - \Delta_{i,j-1}^y) \quad (12)$$

式(11)满足 Neumann 边界条件,则

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{-1,j}^x &= 0 \\ \Delta_{M-1,j}^x &= 0 \end{aligned} \right\} j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{i,-1}^y &= 0 \\ \Delta_{i,N-1}^y &= 0 \end{aligned} \right\} i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (14)$$

因此,二维相位展开的问题归结为在 Neumann 边界条件下的泊松方程求解问题^[4],即

$$\varphi_{i,j}^{k+1} = 1/4(\varphi_{i+1,j}^k + \varphi_{i-1,j}^k + \varphi_{i,j+1}^k + \varphi_{i,j-1}^k - \nabla^2) \quad (15)$$

式(10)定义的是无加权的最小二乘求解偏微分方程,其特点是穿过残差点而不是绕过残差点进行求解,使得噪声污染的相位点也参与偏微分方程的求解,造成展开相位的误差.加权最小二乘法使用加权矩阵,对于噪声干扰而退化或被打断的相位权重赋为 0,使这些点不会影响整个求解过程^[4],其优化函数为

$$J^2 = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} \mathbf{U}(i,j) |\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^x|^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} \mathbf{V}(i,j) |\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^y|^2 \quad (16)$$

式中: $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 为加权系数矩阵.加权拉普拉斯算子的求解变为^[4]

$$\begin{aligned} &\mathbf{U}(i,j)(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) - \mathbf{U}(i-1,j)(\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) + \\ &\mathbf{V}(i,j)(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) - \mathbf{V}(i,j-1) \cdot \\ &(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}) = \Delta \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \mathbf{U}(i,j)\Delta_{i,j}^x - \mathbf{U}(i-1,j)\Delta_{i-1}^x + \\ &\mathbf{V}(i,j)\Delta_{i,j}^y - \mathbf{V}(i,j-1)\Delta_{i,j-1}^y \end{aligned} \quad (18)$$

则求解加权迭代^[4]为

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{k+1} &= \mathbf{U}(i,j)\phi_{i+1,j}^k + \mathbf{U}(i-1,j)\phi_{i-1,j}^k + \\ &\mathbf{V}(i,j)\phi_{i,j+1}^k + \mathbf{V}(i,j-1)\phi_{i,j-1}^k - \epsilon_{i,j}^k / \\ &\mathbf{U}(i,j) + \mathbf{U}(i-1,j) + \mathbf{V}(i,j) + \mathbf{V}(i,j-1) \end{aligned} \quad (19)$$

3 复合加权方法

加权系数矩阵对相位的展开结果起决定性作用,如果加权系数选择不当,或离散相位梯度估计不能反映真实的相位梯度,则会引起较大的误差^[9].传统的加权矩阵由 Goldstein^[1]枝切法生成,因为噪声的存在、欠采样等原因,导致相位场不再满足闭合路径积分为 0,以及与积分路径无关的必要条件,即产生残差点.把这些残差点包括枝切线均标记为相位展开中的坏点,并在相位展开时应尽量避开这些枝切线,把坏点权值赋为 0 以消除对偏微分方程求解造成的误差传播^[4].由于在图像的背景噪声区和

低质量区,会生成错误的枝切线,形成错误的加权系数而造成错误的结果,因此另一种加权标记方法为文献[5]中定义的最大相位梯度矩阵

$$\mathbf{Q}_{m,n} = \max(\max(|\Delta_{i,j}^x|)_{k \times k}, \max(|\Delta_{i,j}^y|)_{k \times k}) \quad (20)$$

由式(20)可知,最大梯度法取邻域内相位的变化最大值作为标记,若邻域内有一点的相位变化大于预设域值,则认为该邻域为坏点区并全部标记为坏点.该方法在低信噪比时,能够尽可能多地屏蔽坏点对偏微分方程求解时造成的误差传播,但同时也会把感兴趣区域内的对比度突变点全部标记为坏点,所以为一种保守的估计方法.

文献[6]提出的相位导数方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{m,n} &= \\ &(\sum_{k \times k} (\Delta_{i,j}^x - \bar{\Delta}_{m,n}^x)^2)^{1/2} + \sum_{k \times k} (\Delta_{i,j}^y - \bar{\Delta}_{m,n}^y)^2)^{1/2} \\ &kk \end{aligned} \quad (21)$$

式(21)反映了相位在邻域内的统计特性,即邻域内各点的相位偏离统计均值的程度.由于真实相位在理想情况下是光滑且连续渐变的,因此这一指标表征了相位图像的噪声水平,但由于考察的是一阶导数的方差而不是一阶导数本身,所以在标记时可能会漏掉一些相位跳变的坏点.

本文采用的加权系数矩阵,结合了最大相位梯度矩阵和相位导数方差矩阵,共同生成复合相位质量信息,用以标记相位展开时的坏点.把二者的优点结合起来作为复合加权信息,最后重新做归一化,并做对比度反转,即由坏点标记矩阵转化成好点标记矩阵,构成复合加权矩阵

$$\mathbf{W}_{m,n} = 1 - (\mathbf{Z}_{m,n} \parallel \mathbf{Q}_{m,n}) \quad (22)$$

由以上推理得到

$$\mathbf{U}_{i,j} = \min(\mathbf{W}_{i+1,j}^2, \mathbf{W}_{i,j}^2); \mathbf{V}_{i,j} = \min(\mathbf{W}_{i,j+1}^2, \mathbf{W}_{i,j}^2) \quad (23)$$

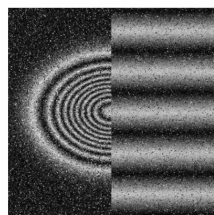
将式(23)代入式(19),采用文献[4]中提出的加权多网格快速求解偏微分方程的方法,计算展开的真实相位,将得到的真实相位代入式(4),得到了水脂分离图像.

4 实验方法与结果

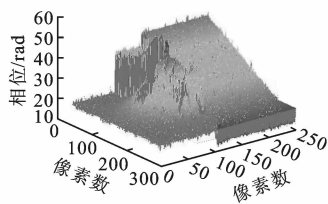
4.1 数据仿真结果

为了验证本文算法的有效性,首先采用叠加了噪声的仿真数据,像素数为 256×256 ,如图 1 所示.图 1a 中一半是高斯曲面,另一半是具有一定斜率的

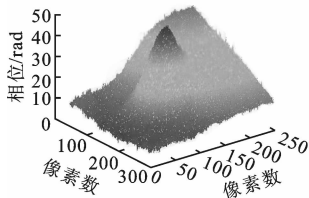
坡面,且两曲面交界处不连续.实验中噪声的相关系数为 0.95,标准差为 0.425,即叠加了 $N(0, 0.425^2)$ 的高斯白噪声.



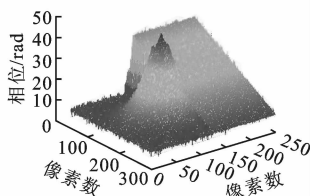
(a) 卷绕仿真数据



(b) Branch-Cut 算法



(c) Multi-Grid 算法



(d) 本文算法

图1 不同算法与仿真数据的结果

由于残差点识别和路径的跟踪,使得 Branch-Cut 算法在较高水平的噪声干扰和不连续界面上造成的孤立区域较大,因此无法正确完成相位的展开(见图 1b).从图 1c 所示中可以看出,Multi-Grid 算法在完成相位展开的同时还具有一定的平滑去噪作用,但展开后 2 个曲面的平滑过渡交界面则消失,右侧斜坡发生一定程度的弯曲,这是由于该方法在偏微分方程的求解过程中,各个点具有相同的权重,因此在噪声污染和不同曲面交界跳变处不能正确地获得展开结果.从图 1d 中可以看到,本文算法在得到平滑的展开结果的同时,也兼顾了不同曲面的独立性,因此具有一定的保边特性.

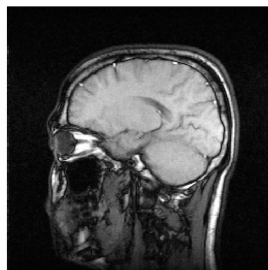
4.2 水脂分离实验

如图 2 所示,实验数据取自 OpenMark III 0.3 T 低场永磁型开放式磁共振系统.该系统采用英国 Oxford Instruments 公司生产的 DRX2 型谱仪,接收线圈为正交线圈,计算机为 Dell Precision 380,图像工作站(Intel P4, 3.0 GHz/1 GB/160 GB),并采用 Windows XP 操作系统.实验采用自旋回波序列,视野为 $256 \text{ mm} \times 256 \text{ mm}$,相位编码为 192,频率编码方向过采样,即数据矩阵为 192×512 ,图像矩阵为 256×256 ,重复时间为 300 ms, $t_e = 30 \text{ ms}$,平均次数为 2,采集的脑部层厚为 5 mm,接收带宽

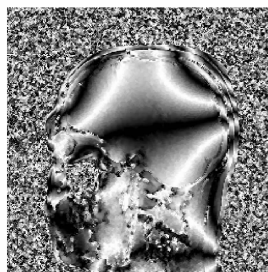
为 31.25 kHz.



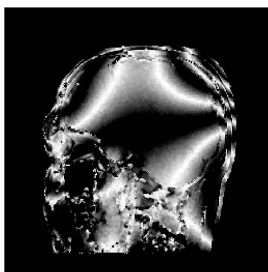
(a) 水和脂肪同相位



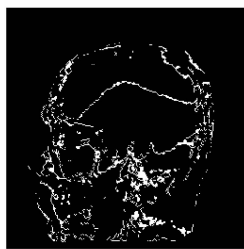
(b) 水和脂肪反相位



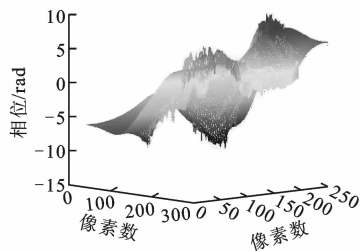
(c) 原始相位



(d) 处理后的相位



(e) 本文方法坏点标记



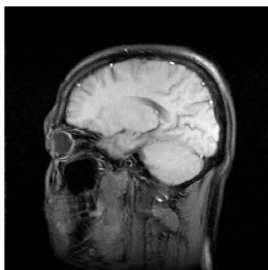
(f) 展开后的三维相位



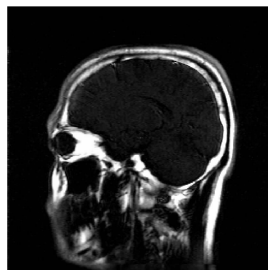
(g) 参考方法(水)



(h) 参考方法(脂肪)



(i) 分离结果(水)



(j) 分离结果(脂肪)

图2 头部矢状面的水脂分离实验

实验为采集的人体头部矢状面的 T1 加权像.

在图 2a 中,包裹着视神经的眼球后脂肪呈高信号,而视神经的解剖结构完全被脂肪信号淹没.从图 2b 中可以看出,反相位图中眼球后脂肪的组织信号受到部分抑制,但仍有较高的脂肪信号.图 2c 是由式 (5)获得的,因为发生了相位卷绕而出现了明暗干涉条纹.图 2d 为经过 3×3 均值滤波算子处理后的相位图像,并掩模去除了背景噪声.图 2g、2h 为参考 Multi-Grid 方法做相位展开后用于水脂分离的结果,由于该方法在相位展开的不够完全,导致图 2g 的解析度和均匀度下降,一部分脑组织被错误的分到脂肪图中,使图 2h 的脂肪图中有脑组织可见(白色箭头所示),因此水脂分离失败.采用本文方法进行重建图像(见图 2i),图中鼻甲、视神经、大脑及小脑组织等解剖结构可以清楚地被显示,眼球后脂肪被有效地抑制.图 2j 中头皮下脂肪和眼球后脂肪均被强化显示,因为大脑组织中不含脂肪,因此大脑内组织呈低信号.

5 结 论

由于低主磁场条件下具有信号弱、噪声高的特性,使得相位信息被噪声严重干扰,因此较难实现水和脂肪的分离.本文提出了一种改进的相位处理方法,由最大相位梯度矩阵和相位导数偏差矩阵生成复合加权信息,通过求偏微分方程的加权最小二乘解,引导相位展开从相位质量高的点开始,因此有效地避开了低质量区域,提高了相位展开的可靠性.采用临床医学常见的头部磁共振图像,进行水脂分离实验,得到的结果证明了算法的有效性.

参考文献:

[1] GOLDSTEIN R M, ZEBKER H A, WERMER C L. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping [J]. Radio Science, 1998, 23 (4): 713-720.

[2] VENEMA, T M, SCHMIDT J D. Optical phase un-

wrapping in the presence of branch points [J]. Optics Express, 2008, 16(10): 6985-6998.

[3] GHIGIA D C, PRITT M D. Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms and software [M]. New York, USA: Wiley, 1998: 74-76.

[4] PRITT M D. Phase unwrapping by means of multigrid techniques for interferometric SAR [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1996, 34(3): 728-738.

[5] 刘景风,李艳秋,刘克. 含噪声包裹相位图的加权最小二乘相位展开算法研究 [J]. 光学技术, 2008, 34(5): 346-646.

LIU Jingfeng, LI Yanqiu, LUI Ke. Weighted-least square phase unwrapping algorithm for noisy phase map [J]. Optical Technique, 2008, 34(5): 346-646.

[6] 岑小林,毛建旭. 质量图和残差点结合的 InSAR 相位解缠方法 [J]. 遥感技术与应用, 2008, 23(5): 556-560.

CEN Xiaolin, MAO Jianxu. InSAR phase unwrapping method using quality map with residues [J]. Remote Sensing Technology and Application, 2008, 23(5): 556-560.

[7] DIXON W T. Simple proton spectroscopic imaging [J]. Radiology, 1984, 153(1): 189-194.

[8] SKINNER T E, GLOVER G H. An extended two-point Dixon algorithm for calculating separate water, fat and B0 images [J]. Magnetic Resonance in Medicine, 1997, 37: 628-630.

[9] 杨夏,于起峰,伏思华. 由新质量图引导的 InSAR 快速解缠方法 [J]. 电子与信息学报, 2007, 9(10): 2367-2370.

YANG Xia, YU Qiffeng, FU Sihua. A fast phase unwrapping method guided by new quality map for InSAR [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2007, 9(10): 2367-2370.

(编辑 管咏梅 杜秀杰)

[本刊相关文献链接]

一种有效的低场磁共振系统的水脂分离成像方法. 2009, 43(6): 52-56.

颅内 Willis 环三维稳态及非稳态血液动力学计算. 2008, 42(4): 492-496.

一种新的测定流体质扩散系数的全息干涉图像处理方法. 2008, 42(11): 1350-1355.